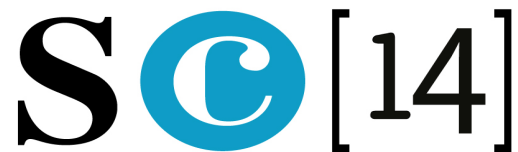


EN MATEMÀTICA,  
¿YA ESTÀ TODO INVENTADO?

MARTÍN SOMBRA  
ICREA & U.BARCELONA

SANTA COLOMA, 19/11/2014



[www.fundaciorecerca.cat/setmanaciencia](http://www.fundaciorecerca.cat/setmanaciencia)

The poster features the title '2a setmana de la Ciència a Santa Coloma de Gramenet' in black text. To the right is the SO[14] logo. The central graphic shows five colorful USB cables (purple, green, yellow, blue, red) with their heads pointing upwards and tails trailing downwards. The text 'Viu la Ciència!' is written along the purple cable's tail. A black circular badge contains the dates 'del 18.10.14 al 30.11.14' and the word 'connecta't'. A QR code is located at the bottom right. At the bottom, the website 'www.gramenet.cat/setmanaciencia' is listed. A small table of sponsors follows, including 'Organitzadors' (Generalitat de Catalunya, FCRI) and 'Amb la col·laboració de' (Universitat de Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya, etc.). The 'Universitat de Barcelona' logo and the slogan 'Santa Coloma Ens Uneix' are at the very bottom.

2a. setmana de la Ciència a Santa Coloma de Gramenet

SO[14]

Viu la Ciència!

connecta't del 18.10.14 al 30.11.14

[www.gramenet.cat/setmanaciencia](http://www.gramenet.cat/setmanaciencia)

Organitzadors	Amb la col·laboració de

Universitat de Barcelona

Santa Coloma Ens Uneix



INSTITUCIÓ CATALANA DE  
RECERCA | ESTUDIS AVANÇATS



"SE ACABÓ LA INVESTIGACIÓN.  
¡YA ESTÁ TODO INVENTADO!"

# SUDOKU

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

5	3	4	6	7	8	9	1	2
6	7	2	1	9	5	3	4	8
1	9	8	3	4	2	5	6	7
8	5	9	7	6	1	4	2	3
4	2	6	8	5	3	7	9	1
7	1	3	9	2	4	8	5	6
9	6	1	5	3	7	2	8	4
2	8	7	4	1	9	6	3	5
3	4	5	2	8	6	1	7	9

¿CUÁNTAS GRILLAS COMPLETAS HAY?

# GRILLAS COMPLETAS: 6.670.903.752.021.072.936.960  $\approx 6,6 \times 10^{21}$

ALGUNOS SUDOKUS  
SON "EQUIVALENTES"

1	2	3	5	6	7	8	9	4
4	5	6	1	8	9	2	3	7
7	8	9	2	3	4	1	5	6
2	1	4	3	5	6	7	8	9
3	6	5	7	9	8	4	1	2
8	9	7	4	1	2	3	6	5
5	3	2	6	4	1	9	7	8
6	4	8	9	7	3	5	2	1
9	7	1	8	2	5	6	4	3

# GRILLAS NO EQUIVALENTES: 5.472.730.538

B. FELGENHAUER Y F. JARVIS (2006)

# GRILLAS INICIALES

	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
		4	3	9	8	5	6	7
8	6	5	2	7	1	3	9	4
9	3	7	6	4	5	8	1	2
3	4	1	8	6	2	9	7	5
5	7	2	9	1	4	6	3	8
6	9	8	5	3	7	2	4	1

LA MÁS GRANDE

	1							9
			3				8	
							6	
				1	2	4		
7		3						
5								
8			6					
				4				2
			7					5

LA MÁS PEQUEÑA

G. McGUIRE (2012)

¿CUÁNTAS GRILLAS INICIALES HAY?



¿Cómo se resuelve un Sudoku?

5		1					9	6
				9			5	
					5	2		7
4	9		1				7	
					7			
1	3						2	
3		4		5	9			
	2	8		7	1		4	
7	6	5	8	2				

# CELDA "FORZADA" Y CELDAS "ÚNICAS"

5		1					9	6
				9			5	
				7	5	2		7
4	9		1				7	
	5				7			
1	3	7					2	
3	7	4	6	5	9	7		2
9	2	8		7	1		4	
7	6	5	8	2				

ÚNICA CELDA →

CELDA FORZADA →



# SIMPLIFICACIÓN DE POSIBILIDADES

c

5	<sup>4</sup> 7 <sub>8</sub>	1	<sup>2</sup> 3 <sup>4</sup> 7	<sup>3</sup> 4 <sub>8</sub>	<sup>2</sup> 3 <sup>4</sup> 8	<sup>3</sup> 4 <sub>8</sub>	9	6
<sup>2</sup> 6 <sub>8</sub>	<sup>4</sup> 7 <sub>8</sub>	<sup>2</sup> 3 <sup>6</sup> 7	<sup>2</sup> 3 <sup>6</sup> 4 <sub>7</sub>	9	<sup>2</sup> 4 <sup>6</sup> 3 <sub>8</sub>	<sup>1</sup> 3 <sup>4</sup> 8	5	<sup>1</sup> 3 <sup>4</sup> 8
<sup>6</sup> 8 <sub>9</sub>	4 <sub>8</sub>	<sup>3</sup> 6 <sub>9</sub>	<sup>3</sup> 4 <sub>6</sub>	<sup>1</sup> 4 <sub>3</sub> <sup>6</sup> 8	5	2	<sup>1</sup> 3 <sub>8</sub>	7
4	9	<sup>2</sup> 6	1	<sup>3</sup> 6 <sub>8</sub>	<sup>2</sup> 3 <sup>6</sup> 8	<sup>3</sup> 5 <sup>6</sup> 8	7	<sup>3</sup> 5 <sub>8</sub>
<sup>2</sup> 6 <sub>8</sub>	<sup>5</sup> 8	<sup>2</sup> 6	<sup>2</sup> 34 <sup>5</sup> 6 <sub>9</sub>	<sup>3</sup> 4 <sup>6</sup> 8	7	<sup>1</sup> 345 <sup>6</sup> 8 <sub>9</sub>	<sup>1</sup> 3 <sup>6</sup> 8	<sup>1</sup> 34 <sup>5</sup> 8 <sub>9</sub>
1	3	<sup>6</sup> 7	<sup>4</sup> 5 <sup>6</sup> 9	<sup>4</sup> 6 <sub>8</sub>	<sup>4</sup> 6 <sub>8</sub>	<sup>4</sup> 56 <sup>8</sup> 9	2	<sup>4</sup> 5 <sup>8</sup> 9
3	1	4	6	5	9	<sup>1</sup> 6 <sup>7</sup> 8	<sup>1</sup> 6 <sub>8</sub>	<sup>1</sup> 2 <sub>8</sub>
9	2	8	<sup>3</sup> 6	7	1	<sup>3</sup> 5 <sup>6</sup> 9	4	<sup>3</sup> 5 <sub>9</sub>
7	6	5	8	2	<sup>3</sup> 4	<sup>1</sup> 3 <sub>9</sub>	<sup>1</sup> 3	<sup>1</sup> 3 <sub>9</sub>

The diagram illustrates the simplification of possibilities for a number in a grid. On the left, a vertical column shows the initial possibilities: ~~2~~3, ~~6~~7, 3~~6~~9, 26, 26, ~~6~~7, and 7. An arrow points to the right, where the possibilities are simplified to a single number, 3, which is circled. A curved arrow indicates the transition from the original possibilities to the simplified one.

Por "FUERZA BRUTA": ENSAYO Y ERROR

5	4	1	2	3	8	?	9	6
				9			5	
					5	2		7
4	9		1				7	
					7			
1	3						2	
3		4		5	9			
	2	8		7	1		4	
7	6	5	8	2				

<  $9^{60}$  ENSAYOS

# Sudokus $N^2 \times N^2$

				12		5		2							14
3				2		1	10	16	7			8			6
	4	9	14				11	1	13		8				7
		6	5	3				14				16			
			7	11	3		15	5		9	10		6		
10	8	1				13			4		11				15
									7	2		16			
	11	13	15		1				16	6		14			9
16									5	1	2				
7			6		8	3					13	15			4
			3			5	2	10	14	8					1
15				7	10	12	4		11		16	13			
	2									5		9			1
	12		13	4	16		6		10				11	3	
			11						6	14		4			
				9		7									8

16x16

	11	2					12			21	16		4			10	6	22	14						
18				16	19				11	2		5	20	24		7		4		13					
			16	20	10		1	9				13	18	15			8	3							
6			24	5				2	13	22	3		7	12	23	19	18	1							
				4	3	21		7	22	8	24	17	20	1	14		6		5	2	9				
	1	22					19		17							20			25		4				
23	4				11		22	16	3		15		14			7			17	9	20	8	2		
		24						25	6	19				7	18	10			14				13		
12			6						5	10								14	7				19		
9	25		7		2	12			18				16	3			5	6			23	21			
	19	9		1		4		13					6		12	24			8	3			16		
	5	13		3		14				20		11			10	8		21	25		19		12		
17				10				25	11		14	4		1			18	3				15			
	22	21		25	17					9		7	2	23	16		19	13		24	4	14			
	2	23		14	22	20	8	6				10	3				15	17			7	18	1		
	3	5	23	11		1		22	17	15	21				19			12	20				2	18	
							2	20	5	8			4	24					12					21	
	17		13		25					16	6		22	9		5		2	18	23	20			8	
24			1		13		23	14				3	25	20		6	4		7					5	
	8	18	21		5		15		9	1		19			11	25	23	14						24	
	13			15			10			2				21							11	17	19		
11	16	10		17	18		6	3	4		23		8		9	13			24			2	21	25	
		3	8		20			15		25		14		22	2				21	1					
						2	7	23		18					1		16	3	10	9				24	15
2			4			13	17										11			18		8	22		

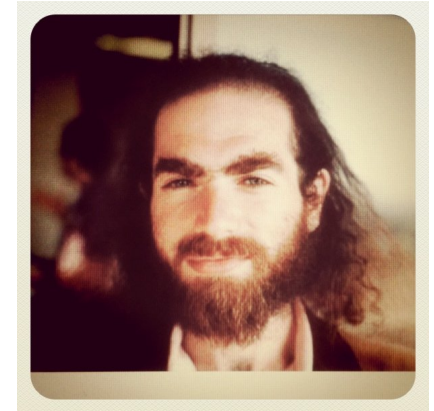
25x25

# ENSAYOS:  $N^2 \times N^2$

# LOS SIETE "PROBLEMAS DEL MILENIO"

PROPUESTOS EL AÑO 2000 POR  
EL CLAY MATHEMATICAL INSTITUTE:

1. P versus NP
2. La conjetura de Hodge
3. La conjetura de Poincaré ✓
4. La hipótesis de Riemann
5. Existencia de Yang-Mills y del salto de masa
5. Las ecuaciones de Navier-Stokes
7. La conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer



PERELMAN (2003)

Premio:  $10^6$  DÓLARES c/u



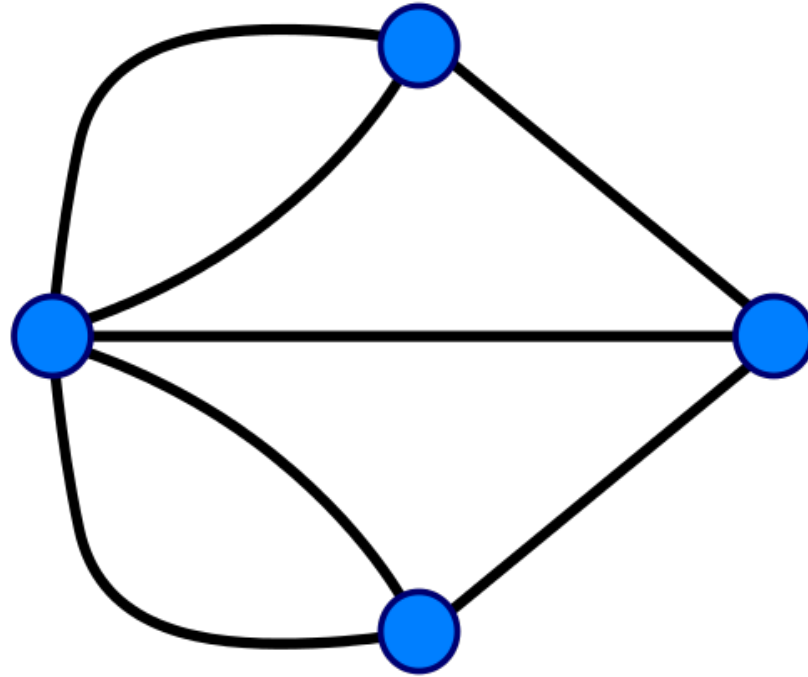
# P VERSUS NP

S. Cook (1971): IS  $P = NP$ ?

ES CIERTO QUE TODO PROBLEMA CUYAS SOLUCIONES  
PUEDEN VERIFICARSE RÁPIDAMENTE, TAMBIÉN SE  
PUEDE RESOLVER RÁPIDAMENTE

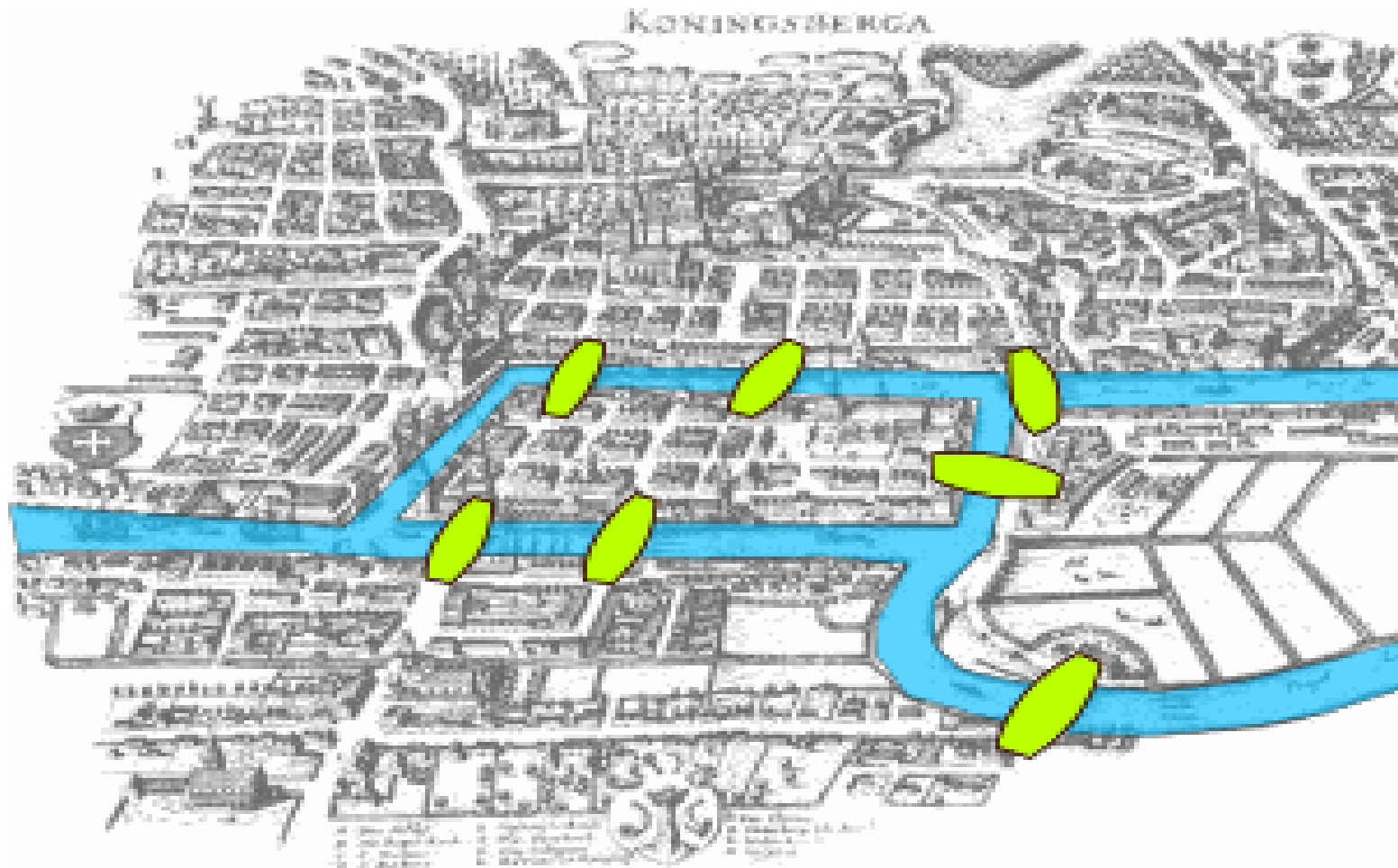
"If  $P=NP$ , then the world would be a profoundly different place than we usually assume it to be. There would be no special value in "creative leaps," no fundamental gap between solving a problem and recognizing the solution once it's found. Everyone who could appreciate a symphony would be Mozart; everyone who could follow a step-by-step argument would be Gauss"

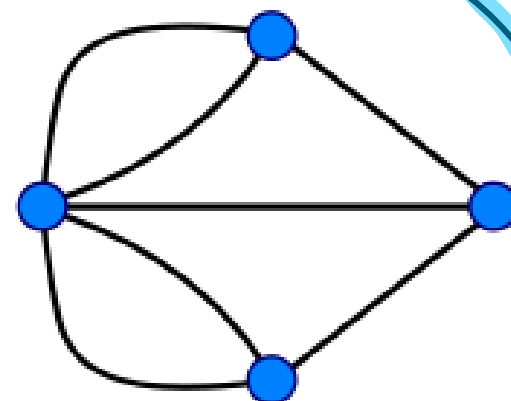
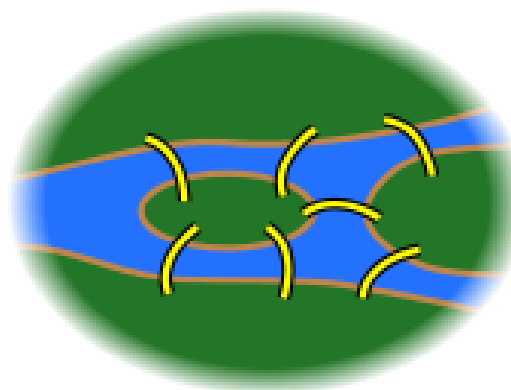
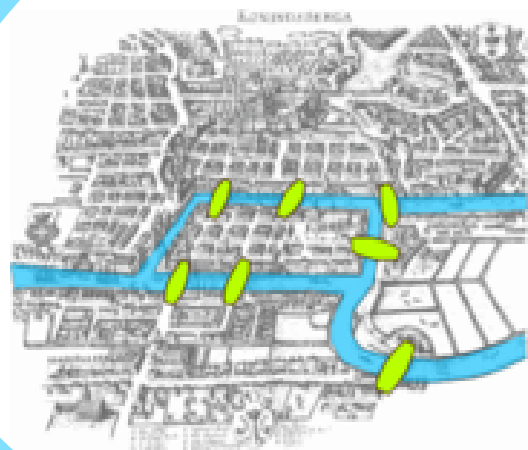
S. ARANSON (MIT)



¿ SE PUEDE RECORRER ESTE GRAFO PASANDO  
EXACTAMENTE UNA VEZ POR CADA ARISTA  
Y VOLVIENDO AL NODO DE PARTIDA ?

# LOS SIETE PUENTES DE KÖNIGSBERG





EULER (P36): HAY 100 CAMINOS QUE NO REPITEN ARISTAS.  
¿SE PUEDE ENCONTRAR UN CICLO EULERIANO?

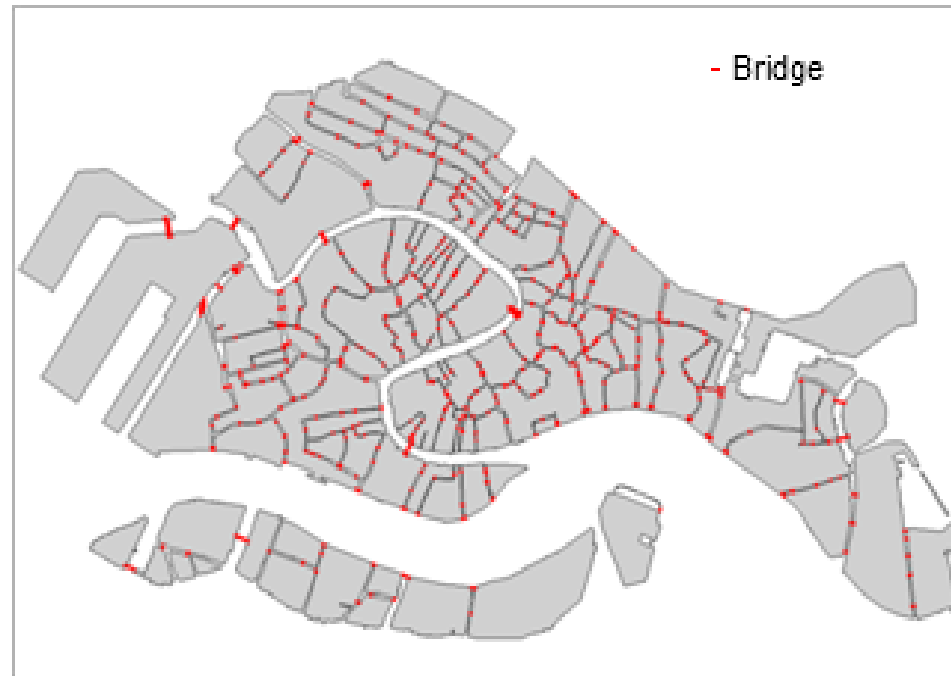


EULER: UN GRAFO TIENE UN CICLO EULERIANO SI (Y SÓLO SI):

(1) ES CONEXO

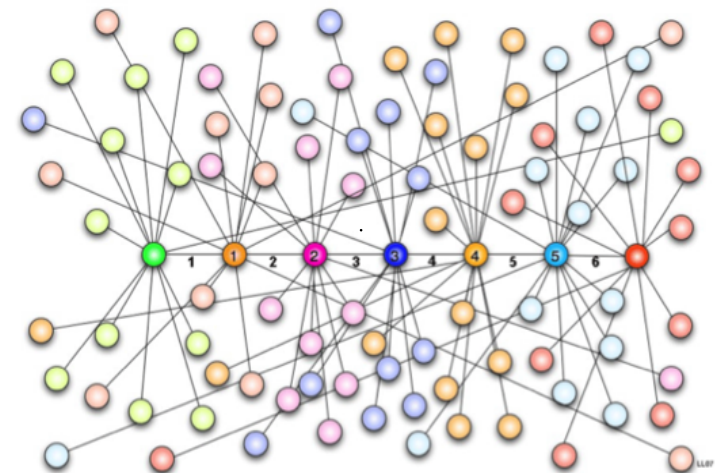
(2) A TODO NODO LLEGA UN NÚMERO PAR DE ARISTAS

# LOS CUATROCIENTOS NUEVE PUENTES DE VENECIA

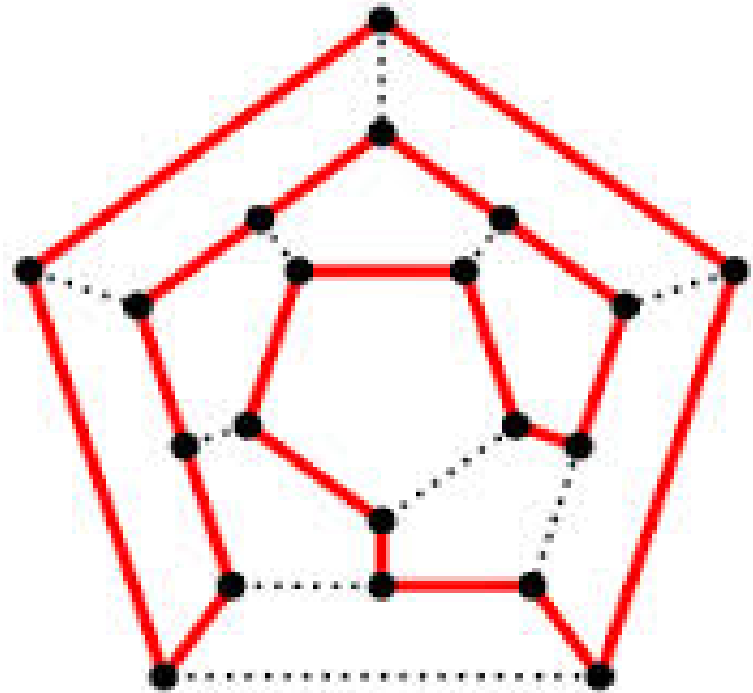
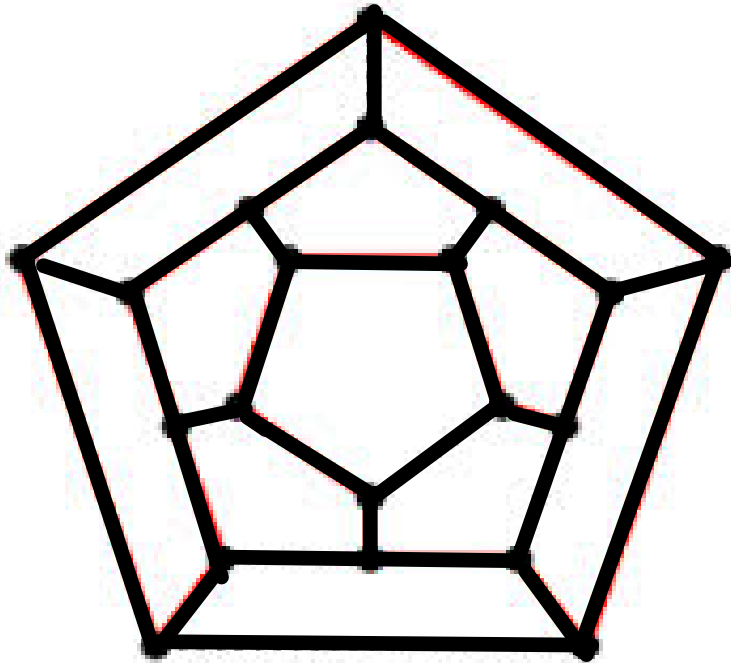


409 PUENTES: 409 ARISTAS

117 ISLAS: 117 NODOS

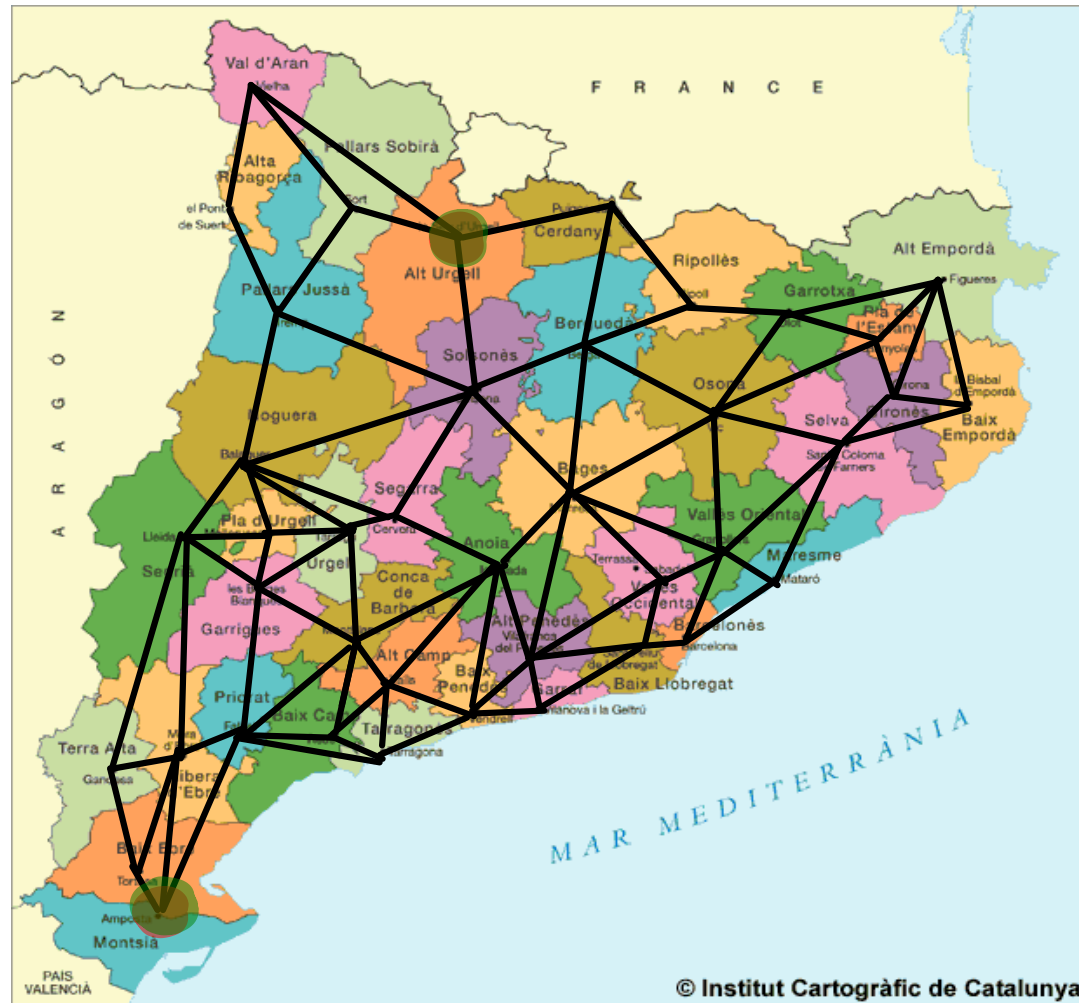


# CAMINOS HAMILTONIANOS



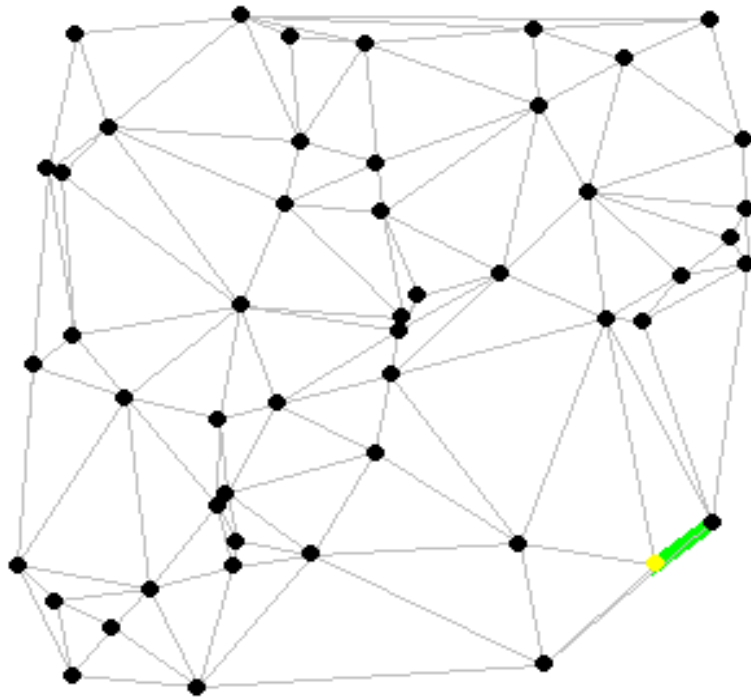
HAMILTON (1859): ¿SE PUEDE ENCONTRAR UN CICLO QUE  
PASE EXACTAMENTE UNA VEZ POR CADA NUDO?

# EL CAMINO MÁS CORTO

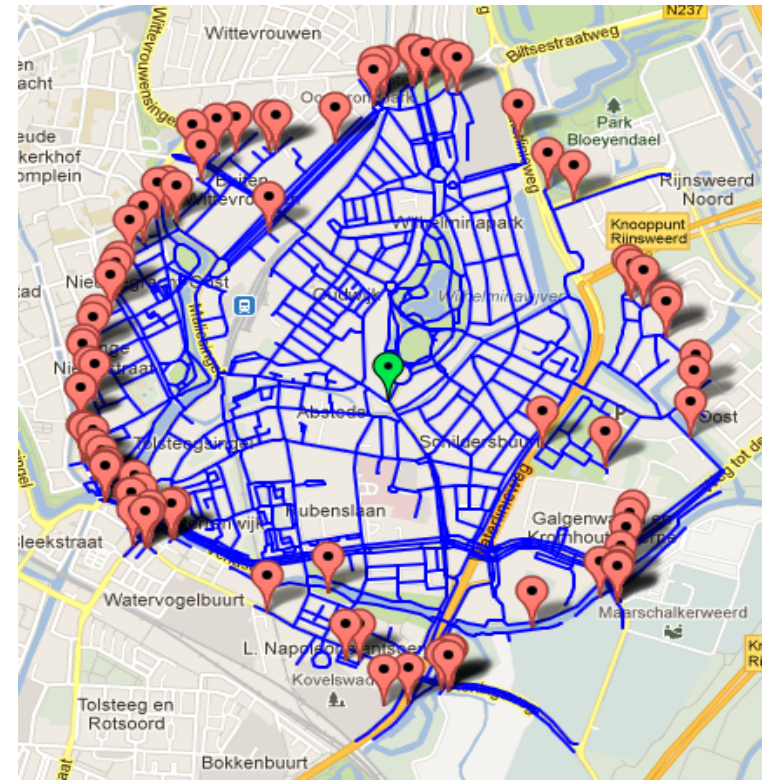


¿ CUAL ES LA RUTA MÁS CORTA ENTRE **AMPOSTA** Y LA **SEU D'URGELL** ?

## Dijkstra's algorithm



[www.combinatorica.com](http://www.combinatorica.com)



ALGORITMO DE DIJKSTRA (1956):  $N^2$  OPERACIONES SOBRE

UN GRAFO DE  $N$  NODOS

APLICACIONES A RUTEO: GPS, GOOGLE MAPS, OPEN MAP, ETC

# LA LEYENDA DEL AJEDREZ



KRISHNA JUGANDO CON RHADA



SHAMS DE TABRIZ (~1300)

Y Sissa Bidu:



•	••	•••	••••	•••••	••••••	•••••••	128
256	512	1,024	2,048	4,096	8,192	16,384	32,868
64K	128K	256K	512K	1M	2M	4M	8M
16M	32M	64M	128M	256M	512M	1G	2G
4G	8G	16G	32G	64G	128G	256G	512G

¿CUÁNTOS GRANOS DE ARROZ?

$$A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1$$

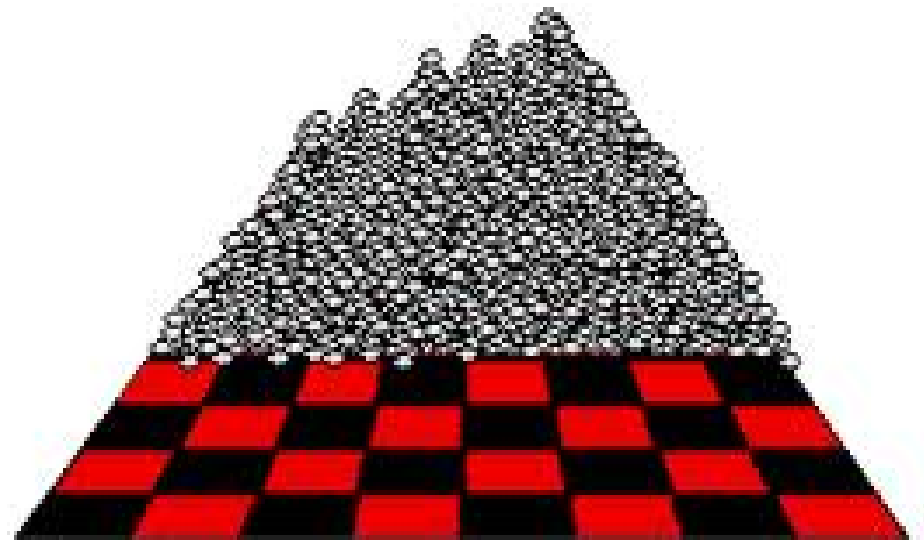
CRECIMIENTO  
EXPONENCIAL

$$= 18.446.744.073.709.551.615 \approx 1,8 \times 10^{19} \text{ GRANOS DE ARROZ!}$$

$$\approx 461.168.602.000 \text{ TONELADAS DE ARROZ}$$

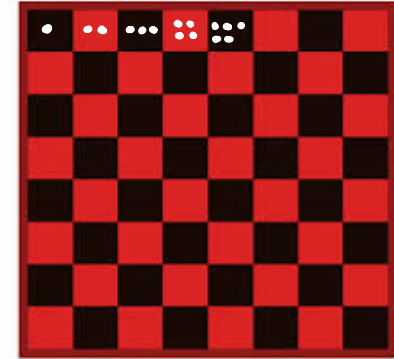
$$\approx 1.000 \text{ PRODUCCIÓN MUNDIAL EN 2012}$$

> MT EVEREST DE ARROZ!!



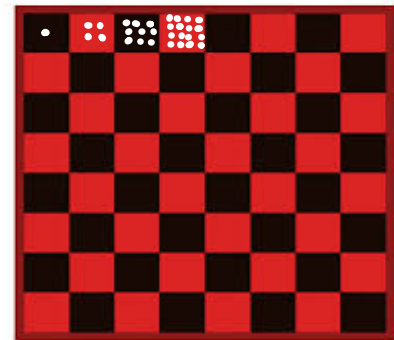


## CRECIMIENTO LINEAL



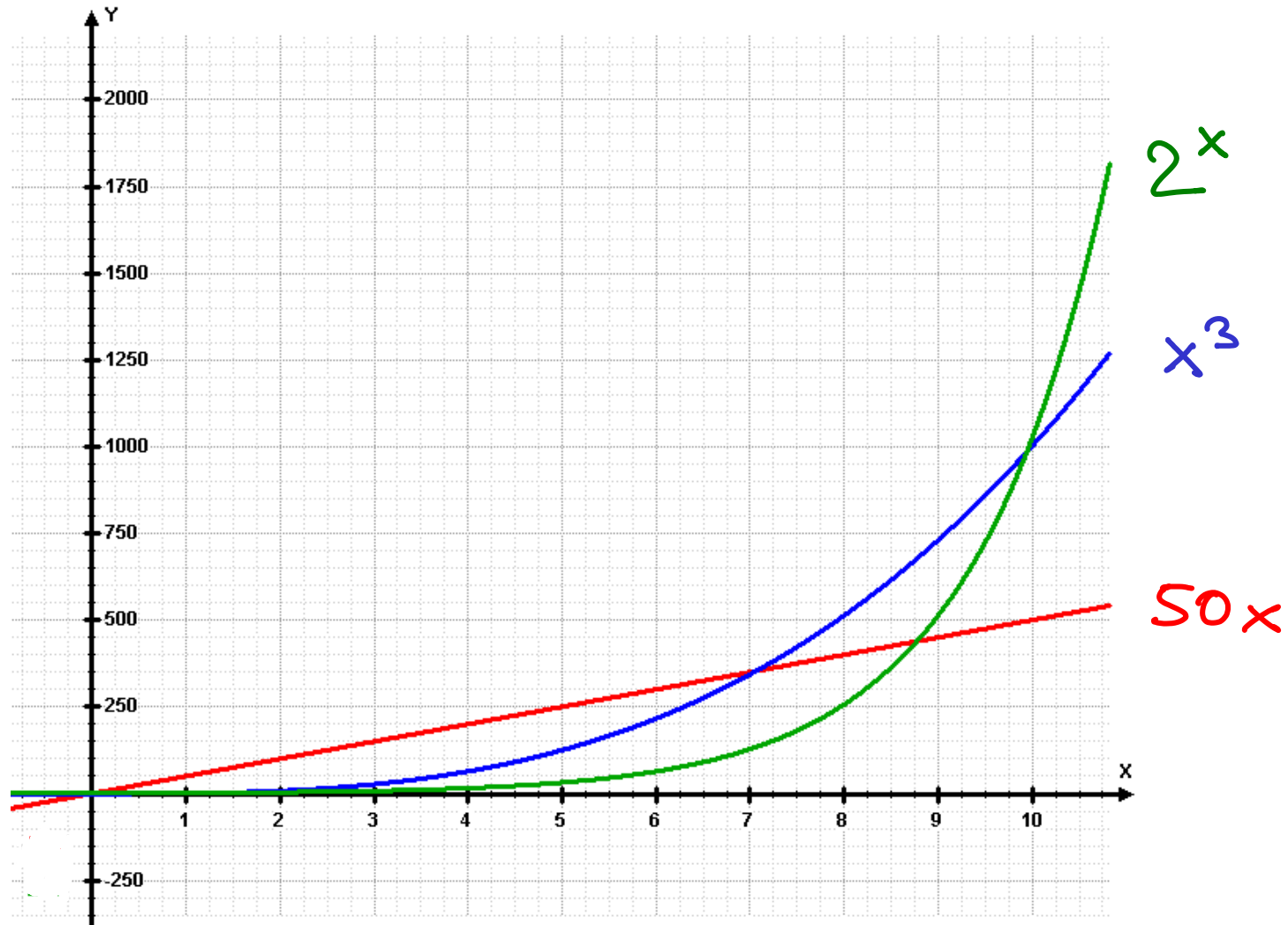
$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 64 = \frac{64 \times 65}{2} = 2.080 \text{ GRANOS}$$
$$\approx 0,40 \text{ KILOS DE ARROZ}$$

## CRECIMIENTO CUADRÁTICO



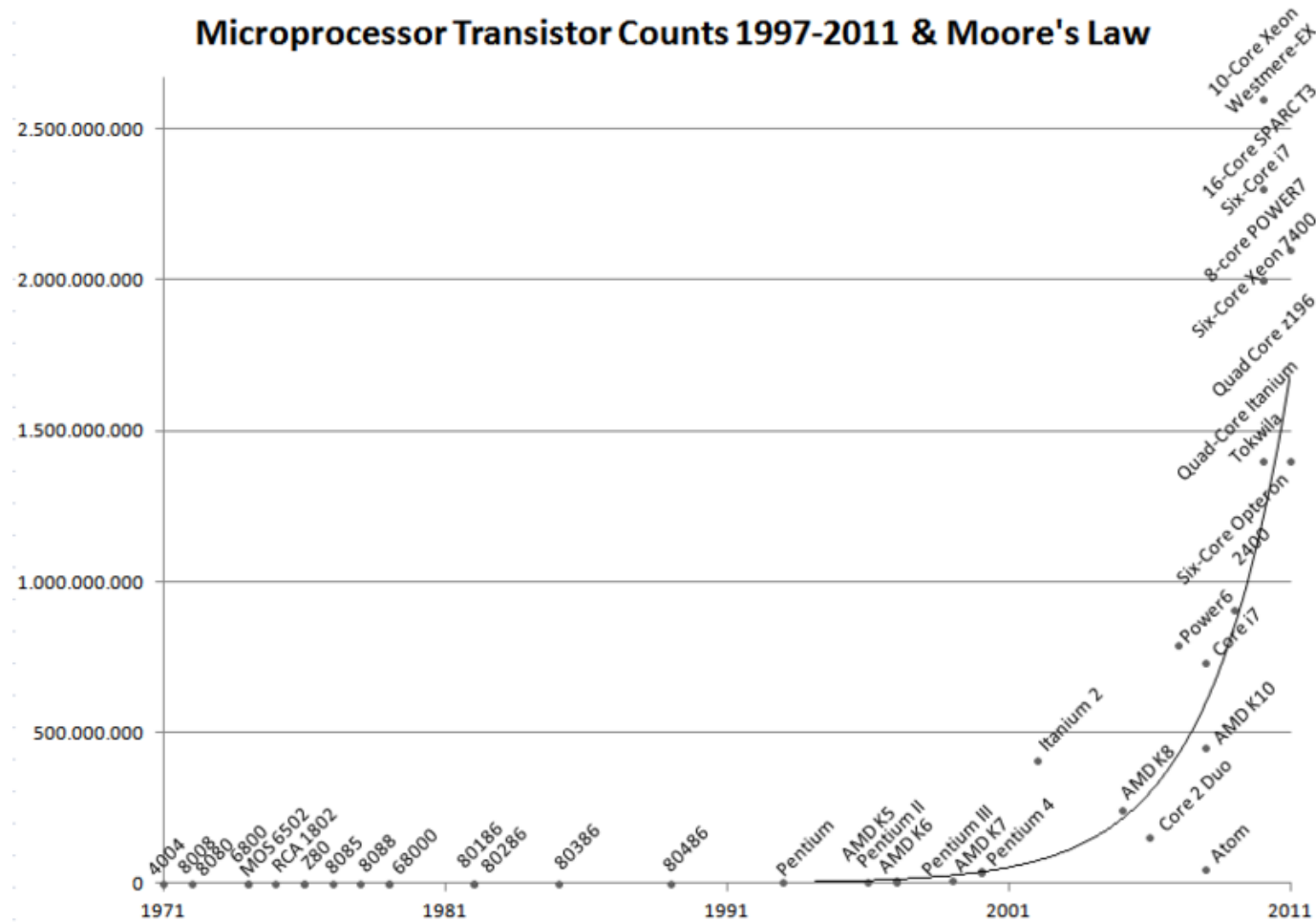
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 64^2 = 89.440 \text{ GRANOS}$$
$$\approx 17,2 \text{ KILOS DE ARROZ}$$

# POLYNOMIAL VERSUS EXPONENTIAL



# LEY DE MOORE (1965)

EL RENDIMIENTO DE LOS ORDENADORES SE DUPLICA CADA DOS AÑOS



# CONSECUENCIAS PRÁCTICAS

PROBLEMA	COMPLEJIDAD	CAPACIDAD DE CÁLCULO	
		2014	2016
SUMA DE NÚMEROS DE N CÍFRAS	LINEAL	$N$	$2 \times N$
CICLOS EULERIANOS SOBRE N NODOS	CUADRÁTICA	$N$	$1,41 \times N$
CAMINO MÁS CORTO SOBRE N NODOS	CUADRÁTICA	$N$	$1,41 \times N$
CICLOS HAMILTONIANOS SOBRE N NODOS	EXPONENCIAL	$N$	$N + 1$
SUDOKU $N^2 \times N^2$	EXPONENCIAL	$N$	$N + 1$

# LAS CLASES P Y NP

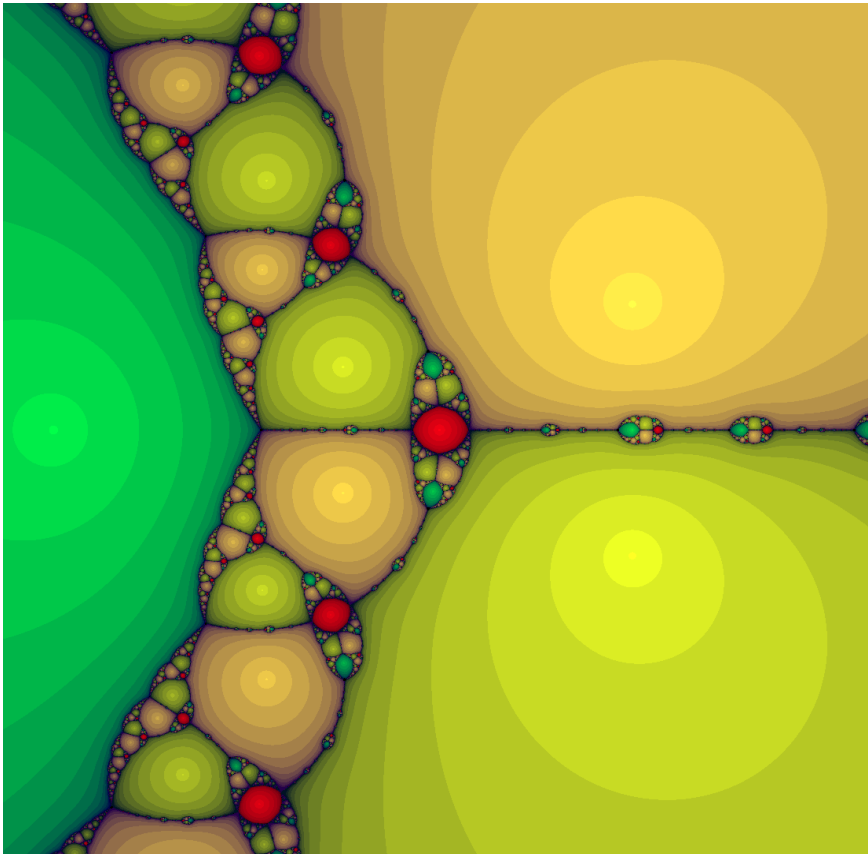
$P = \left\{ \begin{array}{l} \text{PROBLEMAS QUE SE PUEDEN RESOLVER} \\ \text{EN TIEMPO POLINOMIAL EN EL TAMAÑO DE LA ENTRADA} \end{array} \right\}$

- CICLOS EULERIANOS  $\in P$
- EL CAMINO MÁS CORTO  $\in P$

$NP = \left\{ \begin{array}{l} \text{PROBLEMAS CON SOLUCIONES QUE SE VERIFICAN} \\ \text{EN TIEMPO POLINOMIAL EN EL TAMAÑO DE LA ENTRADA} \end{array} \right\}$

- CICLOS HAMILTONIANOS  $\in NP$
- SUDOKU  $\in NP$

- RESOLVER SISTEMAS DE ECUACIONES POLINOMIALES EN VARIAS VARIABLES



FRACTAL DE NEWTON  
DE  $P(z) = z^3 - 2z + 2$

# PROBLEMAS NP-COMPLETOS

UN PROBLEMA ES **NP-COMPLETO** SI TODO PROBLEMA EN NP PUEDE REDUCIRSE A ÉL EN TIEMPO POLINOMIAL  
SON LOS PROBLEMAS "MÁS DIFÍCILES" EN NP

Ej: **CICLOS HAMILTONIANOS** (Cook, Levin 1971)  
**SUDOKU  $N^2 \times N^2$**  (Yato 2002)

LA PREGUNTA ¿ $P = NP$ ? ES EQUIVALENTE A  
DECIDIR SI SE PUEDE RESOLVER **SUDOKUS  $N^2 \times N^2$**   
EN TIEMPO POLINOMIAL EN  $N$

# ALGUNAS DE LAS COSAS QUE HEAMOS VISTO:

- Cómo RESOLVER UN SUDOKU
- SABER SI HAY UN CAMINO EULERIANO, Y CÓMO ENCONTRARLO
- QUÉ ES UN CAMINO HAMILTONIANO
- Cómo ENCONTRAR EL CAMINO MÁS CORTO ENTRE DOS PUNTOS
- CRECIMIENTO POLINOMIAL Y CRECIMIENTO EXPONENCIAL
- LAS CLASES P Y NP
- Los PROBLEMAS NP COMPLETOS



# ¿CÓMO SE INVESTIGA EN MATEMÁTICA?

- BUSCAR **PROBLEMAS** INTERESANTES  
... Y TRATAR DE RESOLVERLOS !



- MÁS:
- **PUBLICAR** LOS RESULTADOS
  - **COMUNICAR** EN CONGRESOS Y SEMINARIOS
  - **INTEGRAR GRUPOS** Y **REDES** DE INVESTIGACIÓN
  - **FORMAR** OTROS INVESTIGADORES

# ¿DE DÓNDE SALEN LOS MATEMÁTICOS?



- GRADO EN MATEMÁTICA (4 AÑOS)
- MÁSTER (1 AÑO)
- DOCTORADO (4-5 AÑOS)

• U. BARCELONA



• U. POLITÈCNICA DE CATALUNYA



• U. AUTÒNOMA DE BARCELONA

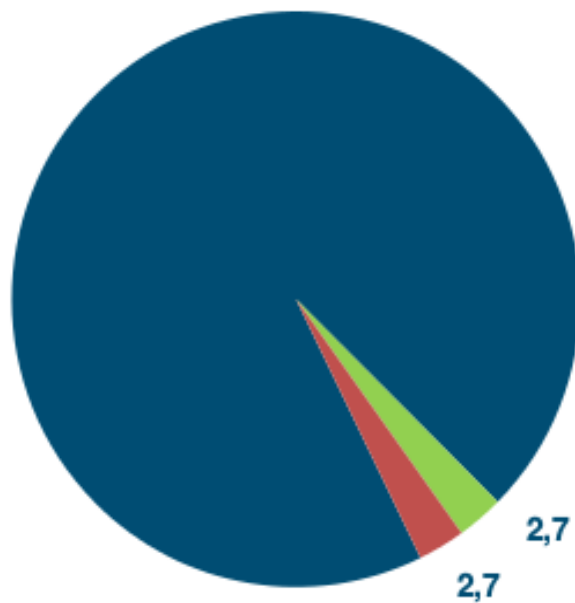


# LA ENCUESTA DE INSERSIÓN LABORAL 2014 (GENCAT)

	Població i mostra							
	Població	Mostra	% resposta	% error mostral	Homes		Dones	
					n	%	n	%
LI. Matemàtiques (CAT)	100	75	75	6	48	64	27	36

94,7

### Quina és la Taxa d'ocupació? (%)



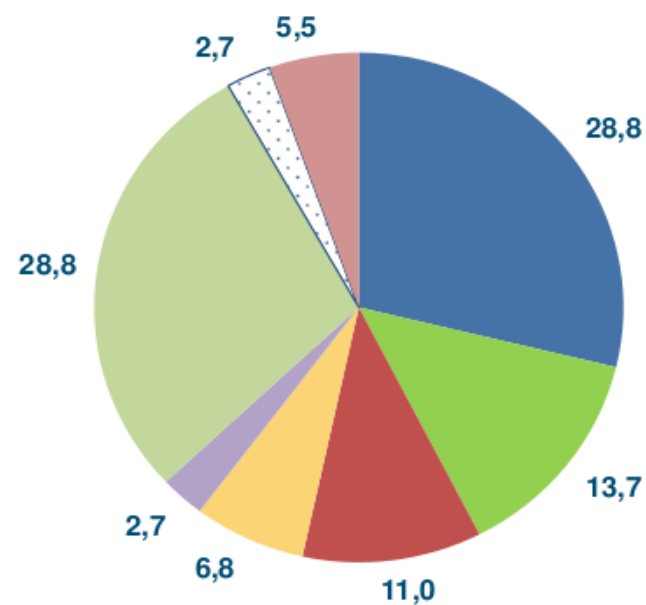
- Ocupat
- Aturat
- Inactiu

### Quant guanyen? (%) jornada laboral a temps complet



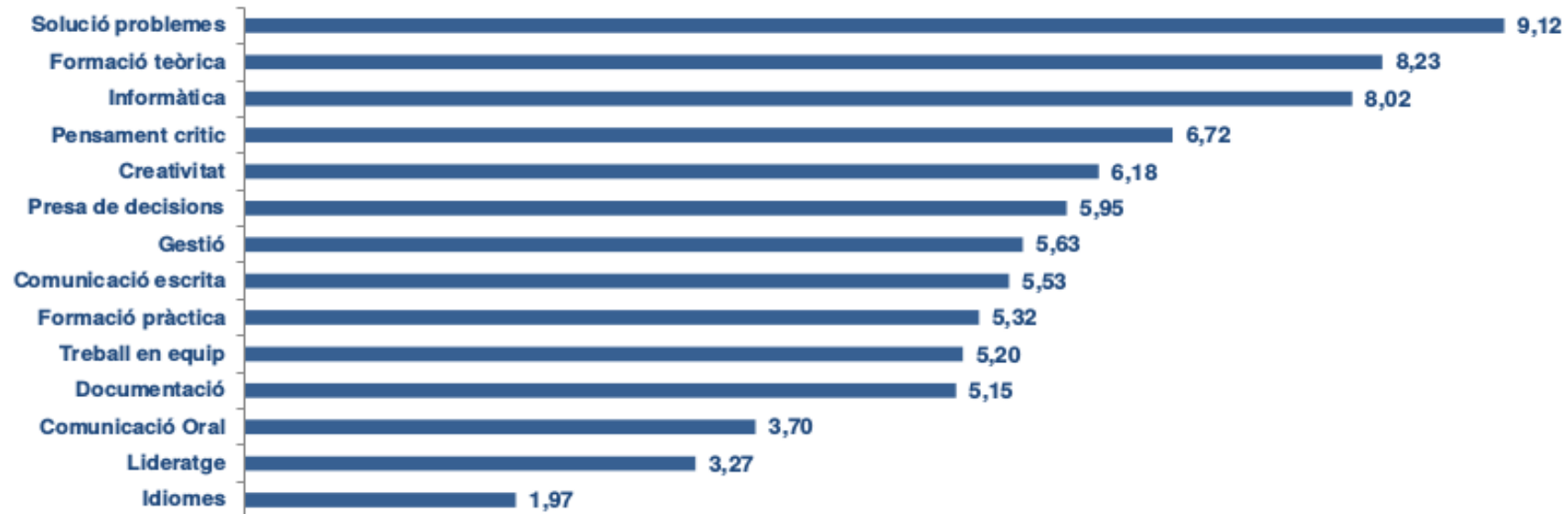
- Mileuristes
- Dosmileuristes
- Més de dosmileuristes

### Matemàtiques: en quins àmbits es treballa?(%)

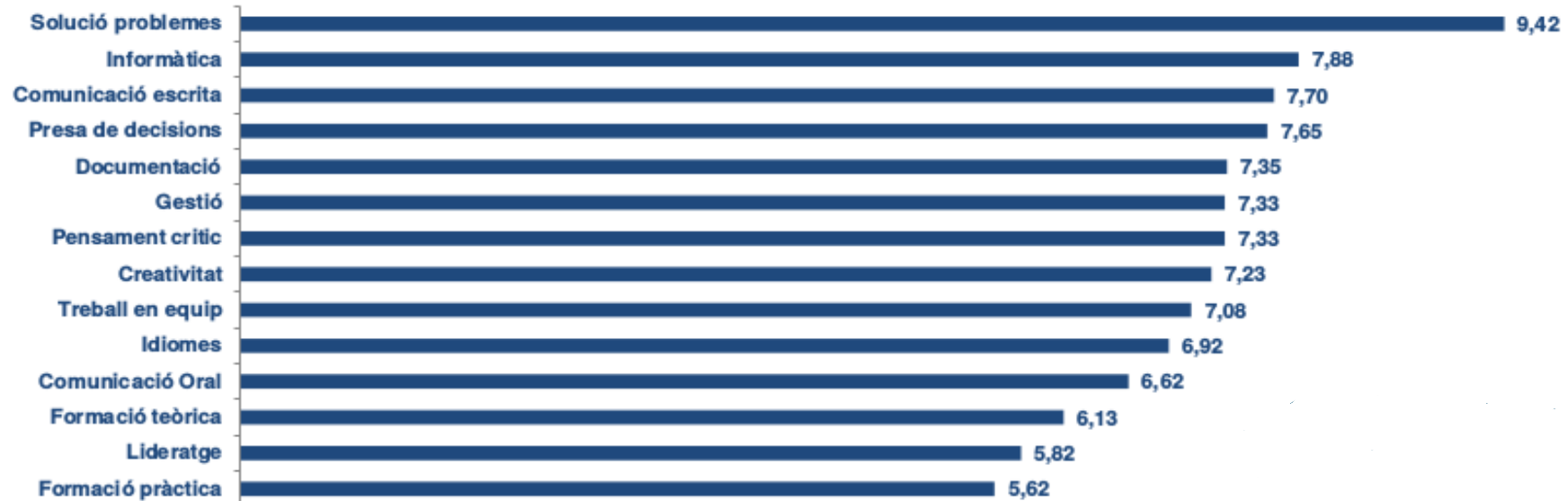


- Professor/a
- Becari / recerca
- Analista informàtic
- Programador informàtic
- Consultor tecnològic
- Serveis financers
- Altres àmbits relacionats amb la titulació
- Altres àmbits no relacionats amb la titulació

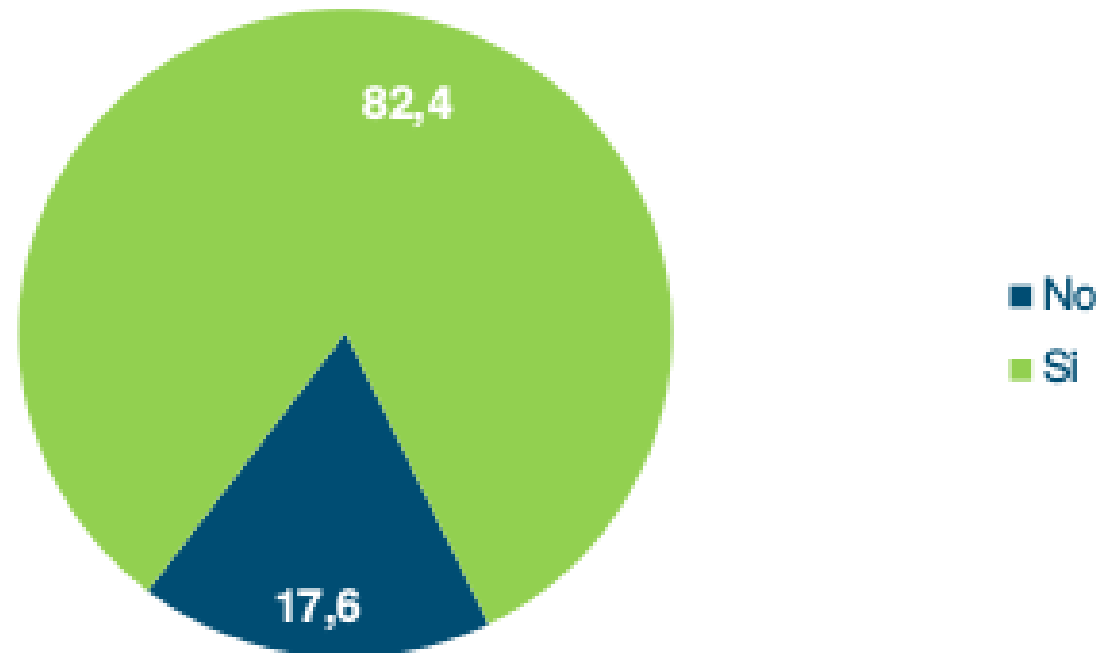
### Com valoren el nivell de formació rebut? <sup>(4)</sup>



### Com valoren la utilitat de la formació en el lloc de treball? <sup>(4)</sup>



### Tornarien a fer la mateixa carrera? (%)



# PARA SABER MÁS

ADRIÁN PAENZA: <http://cms.dm.uba.ar/material/paenza>

R. COURANT, H. ROBBINS : ¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA?  
FONDO DE CULTURA ECONÓMICA, 1952.

EN MATEMÀTICA,  
¿YA ESTÀ TODO INVENTADO?

MARTÍN SOMBRA  
ICREA & U. BARCELONA

SANTA COLOMA, 19/11/2014

SC[14]

[www.fundaciorecerca.cat/setmanaciencia](http://www.fundaciorecerca.cat/setmanaciencia)

2a. setmana de la Ciència  
a Santa Coloma de Gramenet

SC[14]

Viu la Ciència!

connecta't  
del 18.10.14  
al 30.11.14

[www.gramenet.cat/setmanaciencia](http://www.gramenet.cat/setmanaciencia)

Organitzadors  
Generalitat de Catalunya, ICREA, FCRi

Amb la col·laboració de  
Diputació de Barcelona, Institut Català de les Ciències, Universitat de Barcelona (UB), Consorci d'Innovació de la UB i Recerca Tècnica, Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Universitat Autònoma de Barcelona (UAB), Àrea Metropolitana de Barcelona (Àrea de Parcs i Jardins), Museu Torra Badalona, Escorpiógraf, CIL, L'Heura, Biblioteca Comarcal, Biblioteca Saguer-Salvador Cabas, Biblioteca del Foment, C2i, Mar Fènix, C2i Marquès, C2i Universitat, Cine Club Marquès, ICE de la ciutat, Centre d'Informació i Recerca per a Ciències (CIRC), Museu de la ciutat, Societat Catalana d'Ornitologia, Societat de Paleontologia de l'Associació d'Estudis Científics i Culturals (AECIC).

Santa Coloma Ens Uneix

\*iCrea  
INSTITUCIÓ CATALANA DE  
RECERCA I ESTUDIS AVANÇATS